

Imię .....

## Analiza matematyczna R

**1** Oblicz granicę ciągu  $(a_n)$ . ( ... / 3 p.)

$$\text{a) } a_n = \frac{4n-5}{2n} \quad \text{b) } a_n = \frac{6-2n-3n^2}{n^2} \quad \text{c) } a_n = \frac{(2n^2+3)(2n^2-3)}{n^4}$$

**2** Wskaż ciąg, którego  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ . ( ... / 1 p.)

$$\text{A. } a_n = 3n - 2 \quad \text{B. } a_n = \frac{n^2 + 4n + 1}{n^2 - 3} \quad \text{C. } a_n = \frac{2 + 5n}{n^2 - 7} \quad \text{D. } a_n = \frac{2 - 4n^2}{2n + 3}$$

**3** Oblicz sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  i ilorazie wynoszącym  $2 - \sqrt{3}$ . ( ... / 2 p.)**4** Wskaż szereg geometryczny, którego suma wynosi 2. ( ... / 1 p.)

$$\text{A. } 1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + \dots \quad \text{C. } \frac{4}{3} - \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \dots$$

$$\text{B. } -1 + \frac{3}{2} - \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \dots \quad \text{D. } \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \dots$$

**5** Oblicz granicę. ( ... / 2 p.)

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x - 10} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{20 - x - x^2}{16 - x^2}$$

**6** Dana jest funkcja  $f(x) = \frac{6x^2}{x-1}$ . Wtedy: ( ... / 1 p.)

$$\text{A. } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 27 \quad \text{B. } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -27 \quad \text{C. } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 9 \quad \text{D. } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -9$$

**7** Oblicz granicę. ( ... / 2 p.)

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x}{x-3} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2-x}{x-3}$$

**8** Oblicz granice jednostronne funkcji  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$  w punktach  $-3$  i  $3$ . ( ... / 2 p.)**9** Zbadaj ciągłość funkcji  $f$ . ( ... / 2 p.)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{dla } x < -1 \\ -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2} & \text{dla } -1 \leq x \leq 5 \\ -x + 1 & \text{dla } x > 5 \end{cases}$$

**10** Wykaż, że funkcja  $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 1$  ma trzy różne miejsca zerowe. ( ... / 3 p.)**11** Na podstawie definicji oblicz pochodną funkcji  $f(x) = 3x^2 - 1$  w punkcie  $x_0$ . ( ... / 2 p.)

$$\text{a) } x_0 = 4 \quad \text{b) } x_0 = -1$$

- 12** Oblicz współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = 3x^3 + x$  w punkcie o pierwszej współrzędnej  $x_0 = -\frac{1}{3}$ . ( ... / 2 p.)
- 13** Dane są funkcje  $f(x) = x^8$ ,  $g(x) = x^4$ . Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{f'(\sqrt{2})}{g'(\sqrt{2})}$ . ( ... / 3 p.)
- 14** Wyznacz punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^4$  poprowadzonej w punkcie  $x_0 = \frac{1}{2}$ . ( ... / 2 p.)
- 15** Oblicz pochodną funkcji  $f$ . ( ... / 2 p.)
- a)  $f(x) = (3x - 4)^5 + (3x - 4)^6$       b)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3} - \frac{1}{x^2 - 3}$
- 16** Oblicz pochodną funkcji  $f(x) = \operatorname{tg} 3x - \sin(5x - 2)$ . ( ... / 3 p.)
- 17** Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 3$ . ( ... / 3 p.)
- 18** Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = \frac{2x + 8}{x^2 + 3x}$ . ( ... / 3 p.)
- 19** Wyznacz wartość najmniejszą i wartość największą funkcji  $f(x) = \frac{x^2 - 8}{x + 3}$  w przedziale  $\langle -2\sqrt{2}, 3 \rangle$ . ( ... / 2 p.)
- 20** Iloczyn liczb  $a$  i  $b$  jest równy 4. Suma kwadratów tych liczb jest najmniejsza dla: ( ... / 1 p.)
- A.  $a = 1$  i  $b = 4$ ,      B.  $a = -2$  i  $b = -2$ ,      C.  $a = -1$  i  $b = -4$ ,      D.  $a = 2$  i  $b = -2$ .