

## Stereometria

- 1** Na płaszczyźnie  $\pi$  dane są proste równoległe  $p$  i  $q$  oddalone od siebie o 10 cm. Punkt  $S$  leży poza płaszczyzną  $\pi$  w odległości 13 cm od każdej z danych prostych. Odległość punktu  $S$  od płaszczyzny  $\pi$  wynosi:

A. 13 cm,                      B. 12 cm,                      C. 11 cm,                      D. 10 cm.

- 2** Odległość między dwiema płaszczyznami równoległymi  $\pi_1$  i  $\pi_2$  wynosi 9 cm. Punkty  $A$  i  $B$  leżą odpowiednio na płaszczyznach  $\pi_1$  i  $\pi_2$ . Jeżeli  $|AB| = 41$  cm, to rzut prostokątny odcinka  $AB$  na płaszczyznę  $\pi_1$  ma długość:

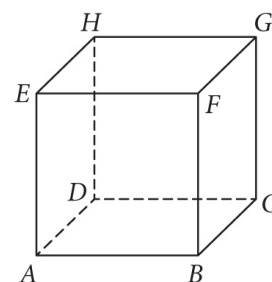
A. 32 cm,                      B. 36 cm,                      C. 38 cm,                      D. 40 cm.

- 3** Punkty  $A, B, C, D$  są kolejnymi wierzchołkami rombu leżącego na płaszczyźnie  $\pi$ , a punkt  $E$  leży poza płaszczyzną  $\pi$ . Podaj wszystkie pary prostych skośnych, które można poprowadzić przez podane punkty.

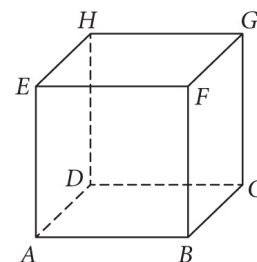
- 4** Danych jest sześć punktów, z których żadne cztery nie leżą w jednej płaszczyźnie. Ile jest płaszczyzn zawierających co najmniej trzy z tych punktów?

- 5** Na rysunku przedstawiono sześcian  $ABCDEFGH$ . Wskaż:

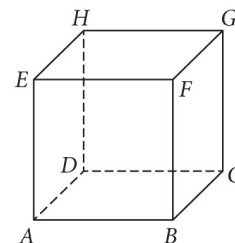
- a) krawędź zawartą w prostej skośnej do prostej  $AB$  i prostej  $CG$ ,  
b) wszystkie przekątne ścian bocznych, które są skośne do prostej  $AC$  i prostej  $BG$ .



- 6** Na rysunku przedstawiono sześcian  $ABCDEFGH$ . Wskaż wszystkie krawędzie tego sześcianu, które zawierają się w prostych skośnych do prostej zawierającej przekątną  $AG$ .



- 7** Prosta  $m$  przechodzi przez wierzchołki  $E$  i  $G$  sześcianu przedstawionego na rysunku. Podaj wszystkie przekątne ścian tego sześcianu zawierające się w prostych skośnych do  $m$ , ale nieprostokątnych do  $m$ .



- 8** Kąt między krawędzią podstawy a przekątną graniastosłupa prawidłowego czworokątnego ma miarę  $50^\circ$ . Jaki kąt tworzy przekątna graniastosłupa z jego ścianą boczną?

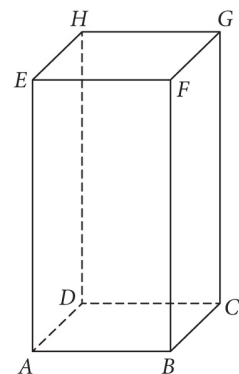
A.  $30^\circ$                       B.  $40^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $60^\circ$

- 9 Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 9, a krawędź boczna ma długość 12. Ile wynosi cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej bryły do płaszczyzny podstawy? (... / 1 p.)

A.  $\frac{\sqrt{3}}{8}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{\sqrt{13}}{4}$

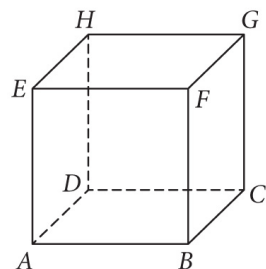
- 10 Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy czworokątny. Prosta  $EG$  nie jest prostopadła do prostej:

A.  $FB$ ,  
B.  $BD$ ,  
C.  $CG$ ,  
D.  $AF$ .

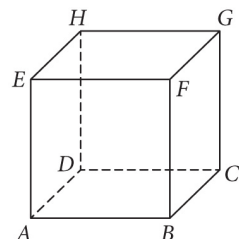


- 11 W sześcianie  $ABCDEFGH$  punkt  $O$  jest środkiem symetrii ściany  $ABCD$ , a punkt  $W$  jest środkiem krawędzi  $EH$ . Wskaż prostą prostopadłą do prostej  $OW$ .

A.  $HF$                       B.  $BC$                       C.  $BG$                       D.  $HC$



- 12 Przez wierzchołki  $B$  i  $H$  sześcianu  $ABCDEFGH$  poprowadzono prostą  $m$ . Podaj wszystkie proste wyznaczone przez przekątne ścian tego sześcianu, które są prostopadłe do prostej  $m$ .

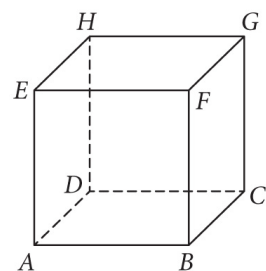


- 13 Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest dziesięciokąt. Kąt między sąsiednimi ścianami bocznymi tego graniastosłupa jest równy:

A.  $135^\circ$ ,                      B.  $140^\circ$ ,                      C.  $144^\circ$ ,                      D.  $150^\circ$ .

- 14 Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 8 cm. Ściana boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego ostrosłupa.

- 15 Na ścianie  $EFGH$  sześcianu  $ABCDEFGH$  obrano punkty  $P$  i  $Q$  takie, że płaszczyzna  $\pi_1$  przechodząca przez punkty  $A, B, P$  jest nachylona do płaszczyzny ściany  $ABCD$  pod kątem  $79^\circ$ , a płaszczyzna  $\pi_2$  przechodząca przez punkty  $C, D, Q$  jest nachylona do płaszczyzny ściany  $ABCD$  pod kątem  $85^\circ$ . Wyznacz miarę kąta zawartego między płaszczyznami  $\pi_1$  i  $\pi_2$ .



- 16 Dany jest graniastosłup o 27 krawędziach. Podstawą tego graniastosłupa jest:

A. dziewięciokąt,                      B. ośmiokąt,                      C. siedmiokąt,                      D. sześciokąt.

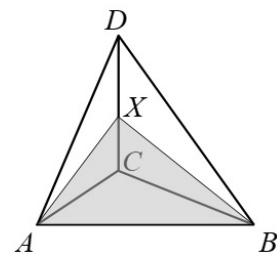
- 17** Ile ścian ma graniastosłup ośmiokątny? ( ... / 1 p.)
- A. 8                                      B. 9                                      C. 10                                      D. 11
- 18** Jeśli każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 4 cm, to jego krótsza przekątna ma długość: ( ... / 1 p.)
- A.  $4\sqrt{3}$  cm,                                      B. 8 cm,                                      C.  $6\sqrt{2}$  cm,                                      D.  $4\sqrt{5}$  cm.
- 19** Ile przekątnych ma graniastosłup prawidłowy ośmiokątny? ( ... / 1 p.)
- A. 20                                      B. 32                                      C. 36                                      D. 40
- 20** Krawędzie prostopadłościanu mają długości: 6 cm, 8 cm i 10 cm. Oblicz miarę kąta między przekątną tego prostopadłościanu a przekątną jego najmniejszej ściany wychodzącymi z tego samego wierzchołka. ( ... / 3 p.)
- 21** W ostrosłupie prawidłowym dziewięciokątnym obwód podstawy jest równy obwodowi ściany bocznej. Ile razy krawędź boczna jest dłuższa od krawędzi podstawy? ( ... / 1 p.)
- A. 3 razy                                      B. 3, 5 razy                                      C. 4 razy                                      D. 4, 5 razy

- 22** W ostrosłupie prawidłowym pięciokątnym krawędź boczna i krawędź podstawy mają tę samą długość. Suma długości wszystkich krawędzi tej bryły jest równa 175 cm. Oblicz:  
a) obwód podstawy ostrosłupa,                                      b) obwód ściany bocznej ostrosłupa. ( ... / 2 p.)

- 23** W ostrosłupie prawidłowym pięciokątnym obwód ściany bocznej jest dwukrotnie większy niż obwód podstawy. Suma długości wszystkich krawędzi tej bryły jest równa 55 cm. Oblicz, jaką długość ma najdłuższa wysokość ściany bocznej. ( ... / 3 p.)

- 24** Suma długości wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego trójkątnego  $O_3$  jest równa sumie długości wszystkich krawędzi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego  $O_4$ . W obu bryłach krawędź boczna jest równa krawędzi podstawy. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Odpowiedź uzasadnij. ( ... / 2 p.)
- A. Obwód ściany bocznej bryły  $O_4$  stanowi  $\frac{3}{4}$  obwodu ściany bocznej bryły  $O_3$ .
- B. Obwody podstaw obu ostrosłupów są równe.

- 25** Punkt  $X$  jest środkiem krawędzi  $CD$  czworościanu foremnego  $ABCD$  o krawędzi równej 18 cm. Oblicz pole trójkąta  $ABX$ . ( ... / 3 p.)



- 26** Czworościan foremny  $ABCD$  o krawędzi długości 4 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź  $AB$  i środek krawędzi  $CD$ . Ile jest równe pole otrzymanego przekroju? ( ... / 1 p.)

- A.  $4\sqrt{3}$                                       B. 6                                      C.  $4\sqrt{2}$                                       D.  $2\sqrt{6}$

- 27** Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa są równe, a jego podstawą jest prostokąt o bokach 5 i 12. Przekrój ostrosłupa płaszczyzną przechodzącą przez jego wierzchołek i przekątną podstawy jest trójkątem prostokątnym. Ile wynosi objętość tej bryły? ( ... / 1 p.)

- A. 130                                      B. 169                                      C. 260                                      D. 390

28 Obwód podstawy graniastoslupa prostego jest równy 50 cm. Jego wysokość wynosi 14 cm, a pole powierzchni całkowitej jest równe  $850 \text{ cm}^2$ . Ile jest równe pole podstawy tej bryły? (... / 1 p.)

- A.  $55 \text{ cm}^2$                       B.  $65 \text{ cm}^2$                       C.  $75 \text{ cm}^2$                       D.  $85 \text{ cm}^2$

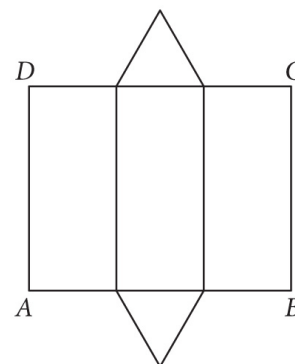
29 Na rysunku przedstawiono siatkę graniastoslupa prawidłowego trójkątnego. (... / 2 p.)

Prostokąt  $ABCD$  ma wymiary:  $|AB| = 9 \text{ cm}$  i  $|AD| = 7 \text{ cm}$ . Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

A. Suma długości wszystkich krawędzi tej bryły jest mniejsza niż 44 cm.

B. Pole powierzchni całkowitej tej bryły jest większe niż  $70 \text{ cm}^2$ .

Odpowiedź uzasadnij.



30 Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe  $304 \text{ cm}^2$ , a jego krawędzie mają się do siebie jak  $2 : 4 : 5$ . (... / 3 p.)

a) Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

b) Wykaż, że jeśli  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  są kątami, które przekątna prostopadłościanu tworzy z przekątnymi jego ścian wychodzącymi z jednego wierzchołka, to  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1$ .

31 W graniastoslupie prawidłowym trójkątnym pole powierzchni bocznej jest równe  $36 \text{ cm}^2$ , a krawędź podstawy jest trzy razy krótsza od wysokości. Oblicz długość przekątnej ściany bocznej tej bryły. (... / 3 p.)

32 Jeśli przekątna sześcianu ma długość  $6\sqrt{2}$ , to jego objętość wynosi: (... / 1 p.)

- A.  $48\sqrt{6}$ ,                      B.  $54\sqrt{6}$ ,                      C.  $72\sqrt{6}$ ,                      D. 216.

33 Podstawą graniastoslupa jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych  $30^\circ$  i  $60^\circ$  oraz dłuższej przyprostokątnej równej  $2\sqrt{3}$ . Oblicz objętość tej bryły, jeśli wiadomo, że suma długości wszystkich jej krawędzi wynosi  $12 + 16\sqrt{3}$ . (... / 3 p.)

34 Świeca ma kształt graniastoslupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy długości 10 cm i wysokości 15 cm. Ile kilogramów waży ta świeca, jeśli wiadomo, że sporządzono ją z wosku o gęstości  $0,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ? Przyjmij, że  $\sqrt{3} = 1,7$ . (... / 3 p.)

35 W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie są tej samej długości. Pole powierzchni bocznej jest równe  $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Ile jest równe pole podstawy tego ostrosłupa? (... / 1 p.)

- A.  $100 \text{ cm}^2$                       B.  $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$                       C.  $25 \text{ cm}^2$                       D.  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$

36 Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest trójkąt o polu  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Krawędź boczna ostrosłupa tworzy z (... / 3 p.)

krawędzią podstawy wychodzącą z tego samego wierzchołka kąt  $\alpha$ , którego cosinus jest równy  $\frac{1}{4}$ . Oblicz:

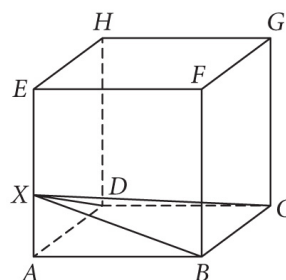
a) sumę długości krawędzi ostrosłupa,                      b) pole powierzchni bocznej ostrosłupa.

37 Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o wymiarach  $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ , a wysokość ostrosłupa jest równa długości przekątnej podstawy. Objętość tej bryły wynosi: ( ... / 1 p.)

- A.  $2500 \text{ cm}^3$ ,                      B.  $3500 \text{ cm}^2$ ,                      C.  $7500 \text{ cm}^2$ ,                      D.  $10\,500 \text{ cm}^2$ .

38 Na krawędzi  $AE$  sześcianu  $ABCDEFGH$  umieszczono punkt  $X$  tak, że objętość ostrosłupa  $ABCDX$  stanowi 10% objętości sześcianu. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Odpowiedzi uzasadnij. ( ... / 3 p.)

- A. Odcinek  $AX$  stanowi 10% krawędzi  $AE$ .  
B. Objętość ostrosłupa  $EFGHX$  stanowi 40% objętości sześcianu.



39 Podstawą ostrosłupa jest romb o przekątnych długości  $10 \text{ cm}$  i  $24 \text{ cm}$ , a jego wysokość jest równa obwodowi podstawy. Oblicz objętość tej bryły. ( ... / 3 p.)

40 Każda krawędź ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość  $4$ . Objętość tego ostrosłupa jest równa: ( ... / 1 p.)

- A.  $\frac{32}{3}\sqrt{2}$ ,                      B.  $\frac{64}{3}$ ,                      C.  $\frac{64}{3}\sqrt{2}$ ,                      D.  $32\sqrt{2}$ .

41 Objętość czworościanu foremnego jest równa  $9 \text{ cm}^3$ . Krawędź tego czworościanu ma długość: ( ... / 1 p.)

- A.  $3 \text{ cm}$ ,                      B.  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ ,                      C.  $3\sqrt{2} \text{ cm}$ ,                      D.  $3\sqrt{3} \text{ cm}$ .

42 Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość  $6$  i tworzy z wysokością ostrosłupa kąt  $30^\circ$ . Objętość tej bryły jest równa: ( ... / 1 p.)

- A.  $54\sqrt{3}$ ,                      B.  $36\sqrt{3}$ ,                      C.  $54$ ,                      D.  $18\sqrt{3}$ .

43 Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o bokach długości  $12$  i  $24$ . Objętość ostrosłupa wynosi  $576\sqrt{5}$ , a jego każda krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod tym samym kątem. Oblicz miarę tego kąta. ( ... / 2 p.)

44 Pole podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równe  $12\sqrt{3}$ . Przekątna ściany bocznej tej bryły jest nachylona do sąsiedniej ściany bocznej pod kątem  $30^\circ$ . Oblicz: ( ... / 3 p.)

- a) długość przekątnej ściany bocznej graniastosłupa,  
b) pole powierzchni bocznej graniastosłupa.

45 Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe  $144$ , a pole powierzchni całkowitej tej bryły wynosi  $160$ . Oblicz cosinus kąta zawartego między wysokością ściany bocznej poprowadzonej do krawędzi podstawy a płaszczyzną podstawy tej bryły. ( ... / 3 p.)